

LA SYMETRIE

I – SYMETRIQUE D’UN POINT PAR RAPPORT A UNE DROITE

DEFINITION

Une droite d étant donnée :

Si le point A ne se trouve pas sur la droite d , le symétrique de A par rapport à la droite d est le point B tel que d est la médiatrice de [AB].

Si le point A se trouve sur la droite d , son symétrique par rapport à la droite d est lui-même.

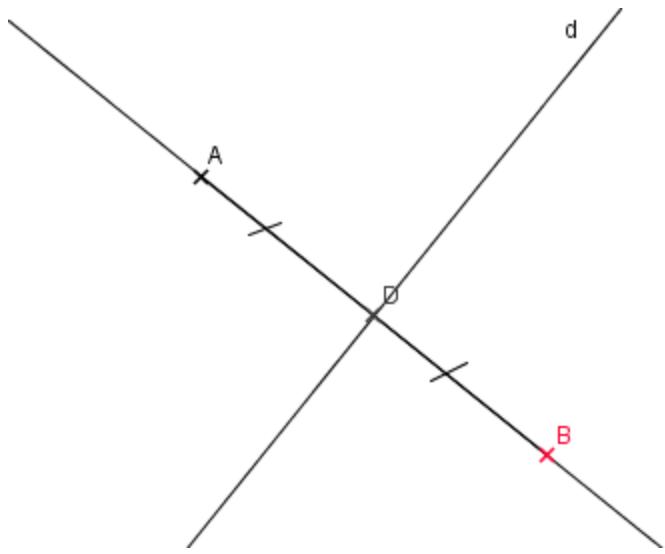
Si B est le symétrique de A par rapport à la droite d , on dit aussi que A et B sont symétriques par rapport à d .

La droite par rapport à laquelle on fait la symétrie est appelée l’axe de la symétrie.

METHODE DE CONSTRUCTION 1

Pour tracer le symétrique de A par rapport à d :

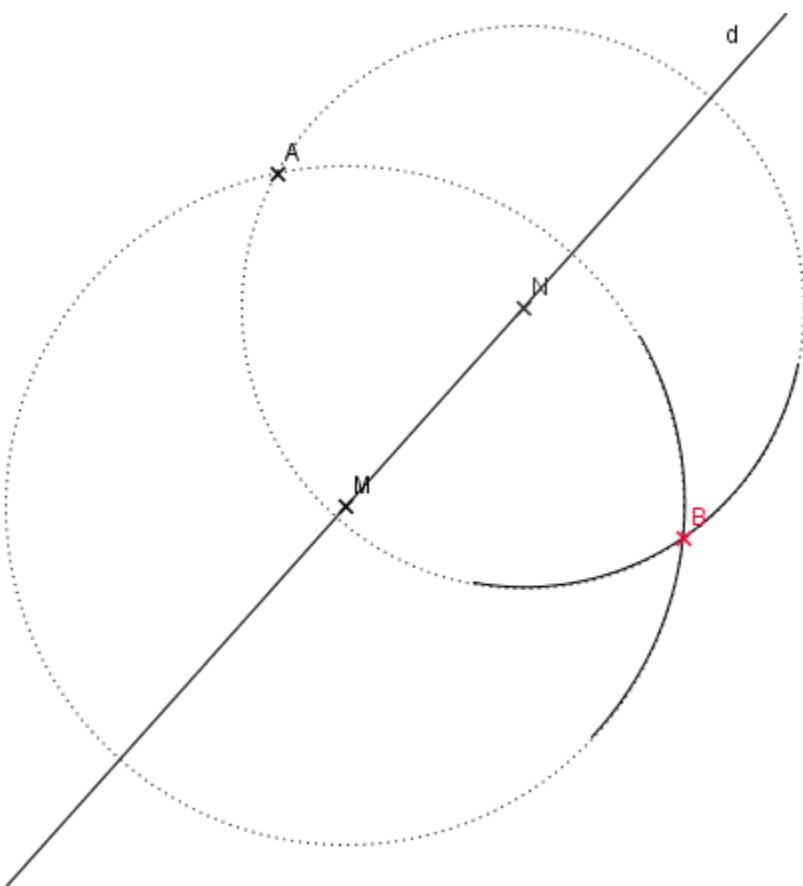
- On trace la perpendiculaire à d passant par A.
- On reporte la longueur de A à d « de l’autre côté de d » (le plus simple étant de le faire au compas).



METHODE DE CONSTRUCTION 2

Pour tracer le symétrique de A par rapport à d :

- On place deux points M et N sur la droite d .
- Le point B se trouve sur le cercle de centre M et de rayon MA et sur le cercle de centre N et de rayon NA . Pour éviter de surcharger le dessin on se contentera de tracer les arcs de cercles.



II – PROPRIETES

Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.

Pour tracer le symétrique d'un segment, il suffit de construire les symétriques des extrémités de ce segment. Ce sont les extrémités du segment symétrique.

Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon et de centre le symétrique du centre du cercle de départ.

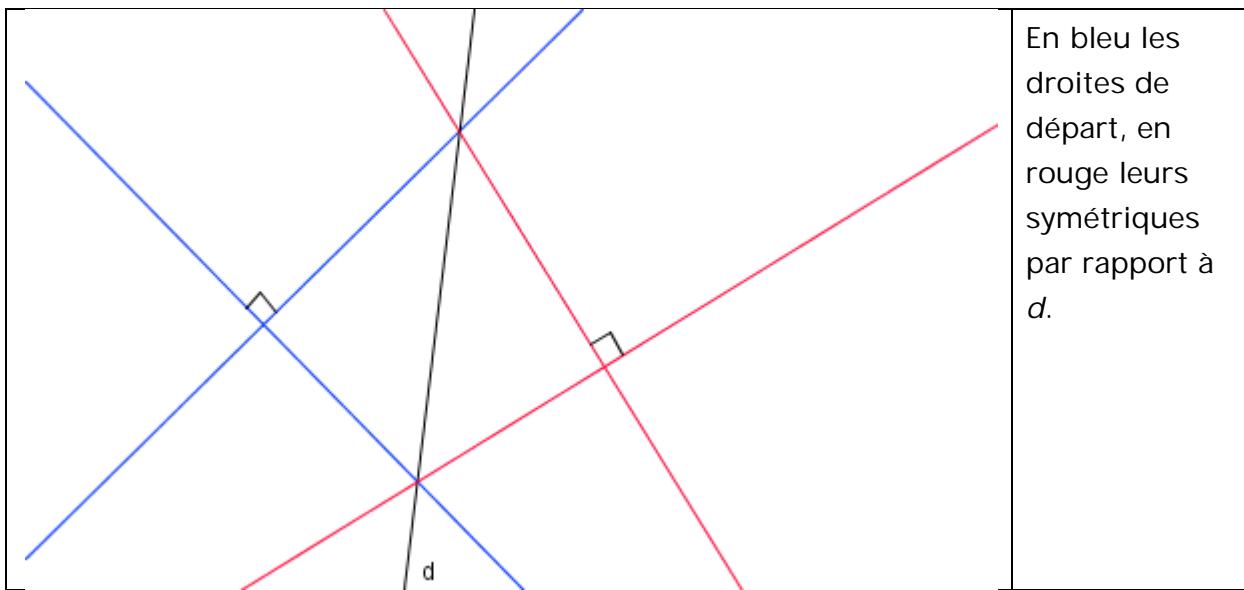
Le symétrique d'une droite est une droite

Pour tracer le symétrique d'une droite, il suffit de construire les symétriques de deux points de cette droite. La droite symétrique est la droite qui passe par ces deux points construits.

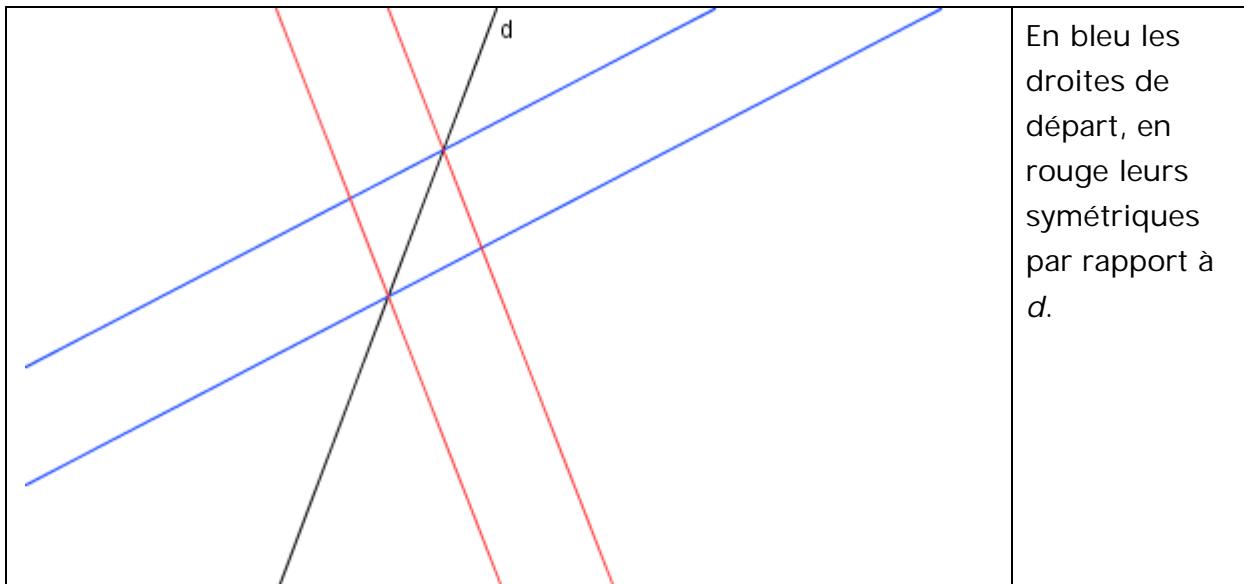
Si une droite n'est pas parallèle à l'axe de symétrie, elle est sécante avec sa symétrique et leur intersection se trouve sur l'axe de symétrie.

Si une droite est parallèle à l'axe de symétrie, sa symétrique l'est aussi.

Les symétriques de deux droites perpendiculaires sont perpendiculaires.



Les symétriques de deux droites parallèles sont parallèles.



Plus généralement :

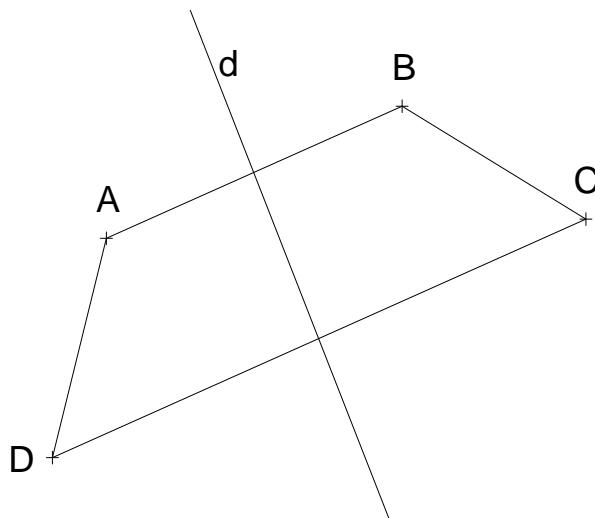
La symétrique d'une figure géométrique est de même nature que celle de départ.

Le symétrique d'un triangle est un triangle, d'un triangle équilatéral est un triangle équilatéral, d'un carré est un carré ...etc....

On dit qu'une figure est symétrique par rapport à un axe d si après avoir fait la symétrie par rapport à d on retrouve la figure inchangée. Seuls les sommets de la figure sont échangés.

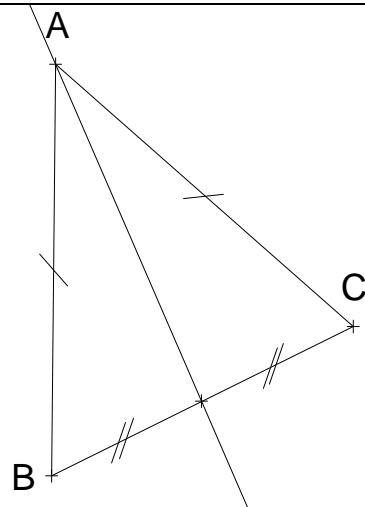
On dit aussi que d est un axe de symétrie de la figure.

Exemple : Le trapèze ABCD ci-dessous admet la droite d comme axe de symétrie.

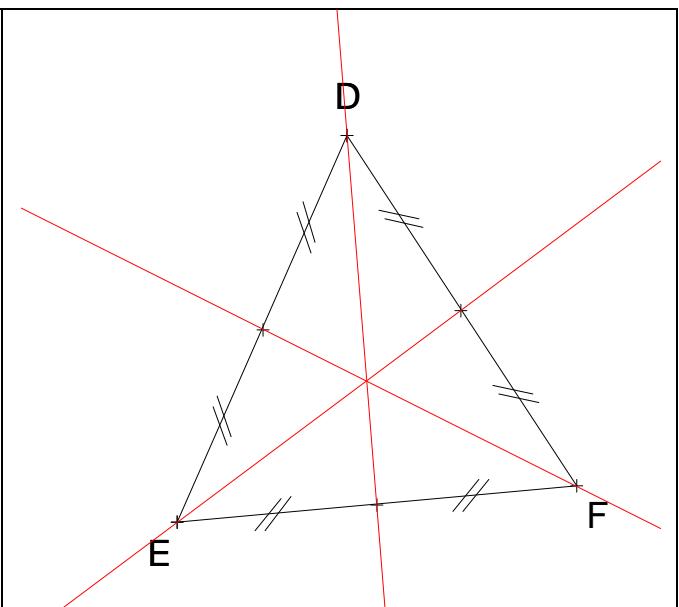


1) LES TRIANGLES

Le triangle ABC isocèle en A admet comme axe de symétrie la droite passant par A et le milieu de [BC].

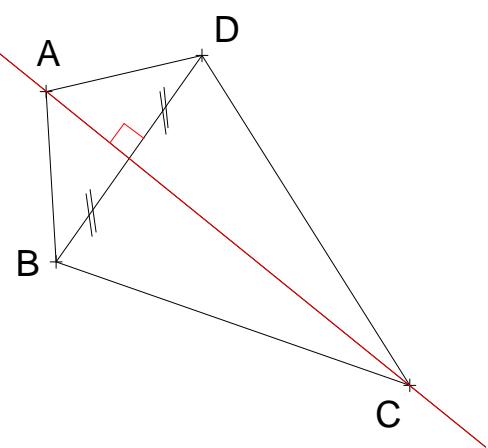


Le triangle DEF équilatéral a trois axes de symétrie, passant chacun par un sommet et le milieu du côté opposé.



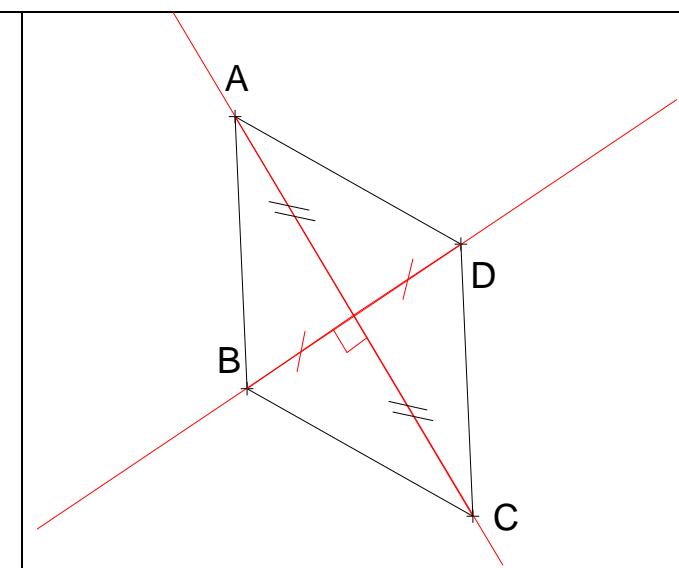
2) LES QUADRILATERES

Un cerf-volant est symétrique par rapport à une de ses diagonales.



Comme D est le symétrique de B par rapport à (AC), on peut en déduire que (AC) coupe [BD] en son milieu et que les diagonales du cerf-volant sont perpendiculaires.

Un losange est symétrique par rapport à ses deux diagonales.

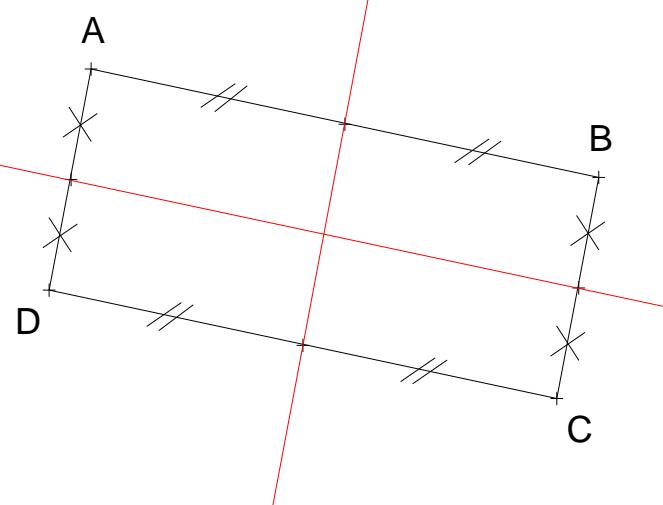


Comme D est symétrique de B par rapport à (AC), (AC) coupe [BD] en son milieu et (AC) est perpendiculaire à (BD).

Comme de plus C est symétrique de A par rapport à (BD), (BD) coupe [AC] en son milieu.

Dans un losange les diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

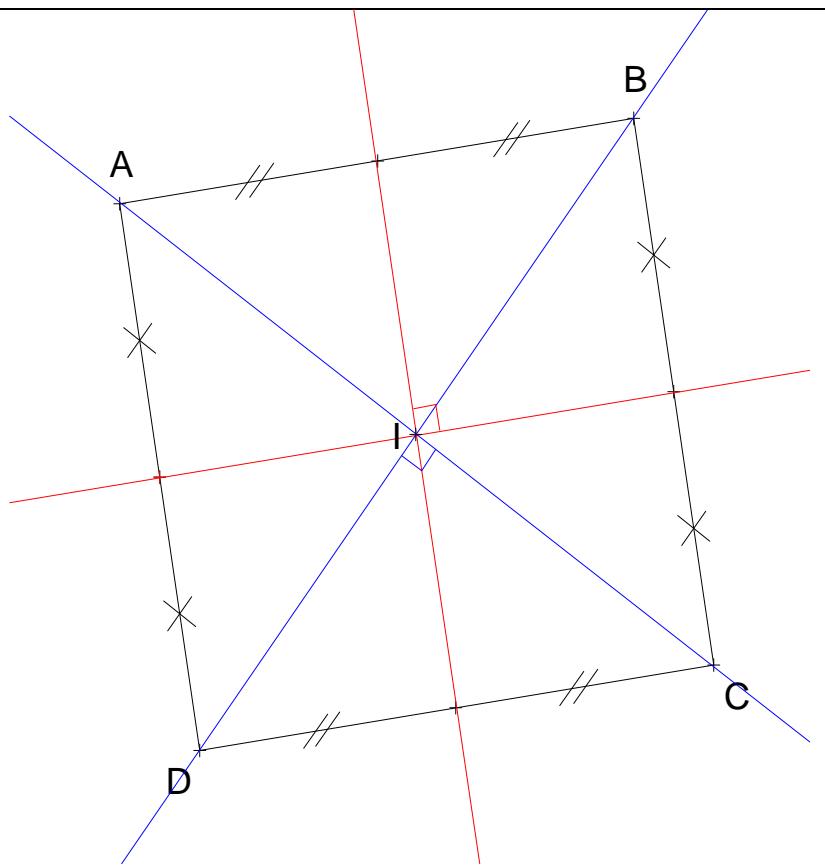
Un rectangle est symétrique par rapport aux deux droites qui passent par les milieux des côtés opposés.



Si on nomme d la droite passant par les milieux de $[AB]$ et $[DC]$, les segments $[AC]$ et $[BD]$ sont symétriques par rapport à d . Ils ont donc même longueur.

Dans un rectangle les diagonales sont de même longueur.

Un carré est à la fois un losange et un rectangle. Il est symétrique par rapport à ses diagonales et par rapport aux droites qui passent par les milieux des côtés opposés : il a 4 axes de symétrie.



Comme le carré est un losange, ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

Comme le carré est un rectangle, ses diagonales sont de même longueur.

Dans un carré, les diagonales sont de même longueur, perpendiculaires et se coupent en leur milieu.