

Arnaud Hirtz
Analyse DEUG 2
Université de Haute Alsace

Fonctions définies par une intégrale

Exercice 1 On définit F sur $\mathbb{R}_+^*$ par $F(x) = \int_0^1 \frac{dt}{1+xt}$.

1. Calculer explicitement $F(x)$.
2. En déduire la valeur de $\int_0^1 \frac{t dt}{(1+xt)^2}$.

Exercice 2 Soit $F(x) = \int_0^{+\infty} \frac{\ln(x^2 + t^2)}{1+t^2} dt$.

1. Montrer que F est de classe C^1 sur $\mathbb{R}_+^*$.
2. Calculer explicitement la valeur de $F'(x)$.
3. En déduire $F(x)$. (On pourra par exemple chercher la valeur de $F(0)$ en faisant le changement de variable $u = 1/t$).